

Gyakorló feladatok a GEMAK6841B kódú tárgy

12. heti anyagához

I. Numerikus integrálás

1.) * Adott az alábbi integrál:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} dx.$$

A $[-1, 1]$ intervallum 4 azonos hosszúságú részintervallumra történő felosztása mellett határozza meg az integrál közelítő értékét és adjon utólagos hibabecslést a kapott eredményre!

- a) az összetett trapézformula segítségével;
- b) az összetett Simpson formula segítségével

2.) ** Számítsa ki az alábbi integrálok közelítő értékeit a megfelelő intervallumokon 4-6-8 azonos hosszúságú részintervallum felosztása mellett

$$\int_0^1 x^2 dx, \quad \int_1^2 \frac{1}{x} dx (= \ln 2), \quad \int_2^5 \sqrt{x-1} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \left(= \arctan(1) = \frac{\pi}{4} \right)$$

- a) az összetett trapézformula segítségével;
- b) az összetett Simpson formula segítségével!

Adjon utólagos hibabecslést a kapott eredményre!

3.) * Adott az $f(x)$ függvény az alábbi táblázattal:

x	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x)$	1	0.9846	0.8889	0.7033	0.5

Közelítse az $I = \int_0^1 f(x) dx$ integrál értékét

- a) az összetett trapézformula segítségével;
- b) az összetett Simpson formula segítségével;

4.) ** Adott az $f(x)$ függvény az alábbi táblázattal:

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$f(x)$	2	2.135	2.34	2.755	3.242	3.945	5

Közelítse az $I = \int_0^3 f(x) dx$ integrál értékét

- a.) az összetett trapézformula segítségével;
 b.) az összetett Simpson formula segítségével;

5.) *** Az $I = \int_0^3 x \cdot \sin(x) dx$ integrál közelítése esetén a $[0, \pi/4]$ intervallumot legalább hány részre kell osztani, hogy az integrál értékét $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ -nél kisebb hibával kapjuk meg

- a.) az összetett trapézformula segítségével;
 b.) az összetett Simpson formula segítségével?

Határozza meg az integrál közelítő értékét is mindkét formulával!

II. Legkisebb négyzetek módszere

1.) ** A legkisebb négyzetek módszerével illesszen $g(x) = A_1 + A_2 \log_3 x$ alakú függvényt az alábbi táblázathoz!

x	0.3	1.1	3.1	9.1	27.1
$f(x)$	-1.1	1.1	3.1	4.1	7.1

2.) * Határozza meg a (0; 1), (1; 3), (2; 4), (3; 6) pontokat négyzetesen legjobban közelítő egyenest!

3.) * Írja fel a megadott $(x_i; y_i)$ pontokat négyzetesen legjobban közelítő egyenest!

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	-4	-2	1	2	4

4.) * Írja fel a megadott $(x_i; y_i)$ pontokat négyzetesen legjobban közelítő egyenest!

x_i	-3	-2	0	1	4
y_i	-3	-2	1	2	5

5.) ** Írja fel a megadott $(x_i; y_i)$ pontokat négyzetesen legjobban közelítő egyenest és parabolát!

x_i	-2	-1	1	2
y_i	3	1	0	2

6.) *** Írja fel a megadott $(x_i; y_i)$ pontokat négyzetesen legjobban közelítő egyenest és $f(x) = A + Bx + C \cdot \exp(x)$ alakú függvényt!

x_i	-4	-1	0	2	3
y_i	-4	-2	-1	3	4